

GUIA N° 1

Ecuaciones e Inecuaciones

Para Repasar

Ejercicio 1: Dados los siguientes polinomios, halla sus raíces y exprésalos factorizados

$$P_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$$

$$P_7(x) = x^3 - 16x$$

$$P_8(x) = x^2 - 6x + 9$$

Ejercicio 2: Completen la siguiente tabla

Inecuación	Intervalo	Nombre del intervalo	Recta numérica
$-3 \leq x < 4$			
$x \geq 6$			
	$[-1;1)$		
$x < 0$			
$0 \leq x \leq 6$			

Ejercicio 3: Representar en la recta real los siguientes subconjuntos de \mathbb{R}

$$a) [-4;1] \quad b) (-1;+\infty) \cup (-\infty;-3] \quad c) \{x \in \mathbb{R} / 4 \leq x \leq 6\}$$

Ejercicio 4: Representar en la recta numérica

- Todos los números reales mayores que -1
- Todos los números reales menores o iguales que 3
- Todos los números reales mayores que -9 y menores o iguales que 7
- $\{x \in \mathbb{R} / 2x - 3 > 5\}$
- $\{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x \leq 3\}$
- $\{x \in \mathbb{R} / -1 < 1 - 2x \leq 3\}$

Ejercicio 5: Resuelve analíticamente

$$1) 3x + \frac{1}{2} > 5$$

$$2) -\frac{1}{2}x - 6 \leq 8$$

Ejercicio 6: Resuelve las inecuaciones y representa gráficamente su conjunto solución

$$1) 4x - 3x + 5 < 2x - 10x + 4 - 8$$

$$2) 0,2x - 2,5 > -2,4 \cdot (x+1) - 7,4x$$

$$3) 2 \cdot (-5x+3) - (-x+1) > x$$

$$4) 3 - 2x \leq \frac{3}{7}x + \frac{1}{3}$$

$$5) -\frac{4x-2}{7} - \frac{3-4x}{2} > -\frac{2}{7}x$$

$$6) \frac{3}{2}x - \frac{3x-8}{4} + \frac{3x+5}{8} \leq \frac{2x+2}{2}$$

$$7) \frac{2x-2}{2} + \frac{3x+3}{3} \leq \frac{6x+6}{6}$$

$$8) \frac{3}{2}x - \frac{x+1}{3} - \frac{1}{6}x < \frac{1}{2}x - \frac{x+3}{6}$$

$$9) \frac{3x-2}{9} - \frac{2x+3}{3} - 2x > \frac{1}{3}x + \frac{2x-6}{3}$$

$$10) 2x - 3 + \frac{5x-2}{3} \leq -\frac{2}{6}x - \frac{x+1}{2}$$

$$11) \frac{2x-1}{4} + \frac{-5x+3}{3} - \frac{3x-2}{4} \geq -5$$

$$12) \frac{7}{2}x + 1 \leq \frac{4}{3} + x$$

Ejercicio 7: Escribe como intervalo

a) $\{x \in \mathbb{R} / -3 < 2x+1 < 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} / 2x+1 < x\}$

c) $(-x-3) \cdot (x+9) \geq 0$

d) $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

Ejercicio 8: Determinar

a) ¿Para qué valores de x es $1 + \frac{2}{x} < 3$?

b) ¿Para qué valores de x es $\frac{1}{x} < \frac{4}{x}$?

c) ¿Para qué valores de x es $\frac{1}{x} > x$?

d) ¿Para qué valores de x es $3x < x^2$?

Ejercicio 9: Resuelve la siguiente inecuación $\frac{-x-1}{x+5} \geq 0$

Ejercicio 10: Hallar como intervalos o unión de intervalos el conjunto

1) $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x}{x+2} < -2 \right\}$ 2) $B = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{12}{3x-5} \leq 6 \right\}$

Ejercicio 11: Determinar los siguientes conjuntos representándolos en la recta numérica

$A = \{x \in \mathbb{R} / x^2 < 4\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} / (x-2)^2 < 25\}$
 $C = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - x < 0\}$ $D = \{x \in \mathbb{R} / x^2 \geq 5\}$
 $E = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 > 0\}$ $F = \{x \in \mathbb{R} / x^4 - x^2 \geq 0\}$

Ejercicio 12: Resolver x

a) $|x+4| = 3$ b) $\left| \frac{1}{3}x \right| - 1,5 = 1$

c) $-|5-2x| - |-5+1| = 6$

Ejercicio 13: Resuelve las siguientes inecuaciones con módulo, expresen como intervalo el conjunto solución y represéntalas en la recta numérica

a) $3 + |x-2| < 6$ b) $|5-x| + 2 \geq 9$

c) $3 + |x+1| + 2 < 14$ d) $\frac{1}{2} \left| x - \frac{1}{2} \right| + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{2}$

Ejercicio 14: Expresar como intervalos o como unión de intervalos el conjunto:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \wedge |1 - 2x| \leq 5\}$$

Ejercicio 15: Halla el conjunto de ceros de:

$$s(x) = 3x^2 + 6x - 24$$

$$h(x) = 4 \cdot \log[(x + 4)(x - 2)]$$

Ejercicio 16: Expresar como intervalos o como unión de intervalos el conjunto

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{9}{9 - x^2} < 1\right\}$$

Ejercicio 17:

Inecuaciones con valor absoluto.
Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a) $|x + 6| < 1$
- b) $|-x - 4| \leq 4$
- c) $|-2x - 1| > 3$
- d) $|2x - 4| \geq 5$

Ejercicio 18:

Inecuaciones de segundo grado.
Resuelve las inecuaciones:

- a) $2x^2 - x + 2 \leq 0$
- b) $-2x^2 + 6x + 1 \leq 0$
- c) $-x^2 + 7x - 9 \geq 0$
- d) $(x - 8)(x - 1) < 0$

Ejercicio 19:

Inecuaciones racionales.
Resuelve las inecuaciones:

- a) $\frac{x + 4}{1 - x} < 0$
- b) $\frac{2x + 4}{3 + x} > 0$
- c) $\frac{3x - 5}{2x + 1} \leq 0$

Ejercicio 20:

Resuelve las inecuaciones lineales siguientes.

a) $\frac{x - 3}{2} - \frac{x - 2}{8} \leq \frac{x}{2}$

b) $2x - 3 - \frac{x}{2} > x + \frac{3x + 1}{6}$

c) $x + 2(x + 1) + 3(x + 2) < \frac{x + 38}{2}$

Ejercicio 21:

Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 + 2 \geq 0$

c) $3x^2 - x \geq x^2 - 5x$

b) $4 - x^2 < 0$

d) $\frac{2}{3}x^2 + 4x < 2x$

Ejercicio 22:

Representa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones.

a) $3x(1 + x) - 2(x^2 - 1) > 3$

c) $\frac{x^2}{2} + \frac{x - 1}{3} \geq 3$

b) $x^2 - \frac{3}{2}x \leq 1$

d) $\frac{x^2}{2} - \frac{3}{4}x < \frac{5}{4}x^2 + \frac{x}{2}$

Ejercicio 23:

Resuelve las siguientes inecuaciones polinómicas y representa gráficamente las soluciones.

a) $x^3 - 6x^2 + 7x + 15 \geq x^2$

d) $x(x^2 + 3x) > 6x + 8$

b) $x^3 - 3x^2 < 1 - 3x$

e) $x^3 + 6x^2 + 5x \leq 12$

c) $x^4 - 17x^2 \leq 16$

f) $2(x + 1)^4 - 8x^3 > 8(x + 3) - 8$

Ejercicio 24:

Representa en la recta real las soluciones de las siguientes inecuaciones racionales:

a) $\frac{4x - 5}{4x^2 - x - 5} < 0$

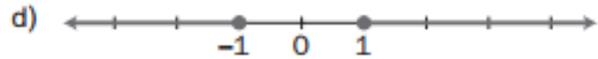
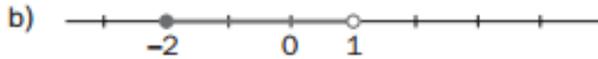
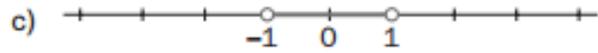
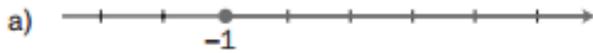
b) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 1} < 0$

c) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x - 2} \geq 0$

d) $1 > \frac{2x}{x^2 + 1}$

Ejercicio 25:

Escribe en cada apartado una inecuación que tenga por solución el intervalo o semirrecta dado.



Ejercicio 26:

Expresa mediante intervalos las soluciones de las siguientes inecuaciones.

a) $3(2x - 5) - 4(x - 2) \leq 2 - 4x$

c) $\frac{x + 1}{3} - \frac{x + 2}{4} + \frac{x - 3}{18} \geq -\frac{8}{9}$

b) $\frac{x}{2} - \frac{x - 1}{6} > 1 - \frac{2x - 5}{2}$

d) $\frac{2x - 1}{3} + \frac{5x - 1}{2} < \frac{26}{3}$

Ejercicio 27:

Halla y representa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 + x - 12 \geq 0$

e) $-2x^2 - 10x - 8 > 0$

b) $-2x^2 + 3x > 0$

f) $2x^2 + x + 1 < 0$

c) $4x^2 - 1 < 0$

g) $6 - x^2 < 0$

d) $6x^2 + x - 1 < 0$

h) $(3x - 1)(5x + 2) \geq 0$

Ejercicio 28:

Simplifica y resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado.

a) $(x - 2)^2 + 5 \leq 2x$

d) $3x^2 + \frac{5}{6}x - 2x < 2x^2 + \frac{2}{3} + \frac{x}{2}$

b) $\frac{3x - 6}{5} < \frac{4x - 2x^2}{10}$

e) $(x - 2)^2 + (x + 4)(x - 2) + 3x \geq -1$

c) $5x^2 + 1 \geq \frac{3x^2 - 1}{2}$

f) $\frac{x^2 - 2}{2} - \frac{3x - 1}{5} + x > 2$

Ejercicio 29:

Representa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones polinómicas.

a) $x^3 - 4x > 0$

c) $x^4 - 1 \geq 0$

e) $x^4 - 5x^2 \geq 36$

b) $x^3 - 3x - 2 < 0$

d) $x^3 - 7x + 6 < 0$

f) $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} \leq 0$

Ejercicio 30:

Resuelve las siguientes inecuaciones.

- a) $2x^4 - 8x^3 > 2x^2 + 12$
- b) $x^5 - 8x^4 + 23x^3 > 12 - 28x$
- c) $x^2(x^2 + 1) + 2x^3 - 5x > x(x^3 - 4x + 1)$

Ejercicio 31:

Expresa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones racionales.

- a) $\frac{5x - 2}{2x + 1} \geq 0$
- b) $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \leq 0$
- c) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6} > 0$
- d) $\frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 + 5x^2 + 3x - 9} < 0$

Ejercicio 32:

Resuelve las siguientes inecuaciones.

- a) $\frac{5x - 2}{2x + 1} \geq -2$
- b) $\frac{x - 1}{x + 3} - 1 > 0$
- c) $\frac{x^2}{x - 2} \leq 2$
- d) $\frac{x^2 - 3}{x + 3} < x$

RESPUESTAS

Ejercicio 1:

- $P_3(x) = x^2 \cdot (-1/3x + 1)$ Raíces = $\{0; 3\}$
 $P_7(x) = x \cdot (x - 4) \cdot (x + 4)$ Raíces = $\{0; -4; 4\}$
 $P_8(x) = (x - 3)^2$ Raíces = $\{3\}$

Ejercicio 2:

Inecuación	Intervalo	Nombre del intervalo
$-3 \leq x < 4$	$[-3; 4)$	semiabierto
$x \geq 6$	$[6; +\infty)$	semiabierto
$-1 \leq x < 1$	$[-1; 1)$	semiabierto
$x < 0$	$(-\infty; 0)$	abierto
$0 \leq x \leq 6$	$[0; 6]$	cerrado

Ejercicio 5:

- 1) $x > 3/2$
- 2) $x \geq -28$

Ejercicio 6:

- 1) $x \leq -1$ 2) $x > 0,01$ 3) $x < 1/2$ 4) $x \geq -56/51$ 5) $x > 17/24$
6) $x \leq -13$ 7) $x \leq 1$ 8) $x < -1/4$ 9) $x < \frac{7}{30}$ 10) $x \leq 19/27$
11) $x \leq \frac{75}{23}$ 12) $x \leq \frac{2}{15}$

Ejercicio 7:

- a) $(-2;1)$ b) $(-\infty; -1)$ c) $[-9; -3]$ d) $[2; 3]$

Ejercicio 8:

- a) $(-\infty;0) \cup (1;+\infty)$ b) $(0;+ \infty)$ c) $(-1;0) \cup (1;+\infty)$ d) $(0;3)$

Ejercicio 9: $(-5; -1]$

Ejercicio10: 1) $(-4/3;0)$ 2) $(-\infty;5/3) \cup [7/3;+\infty)$

Ejercicio 11:

- A = $(-2;2)$ B = $(-3;7)$ C = $(-\infty;-1) \cup (0;1)$ D) $(-\infty; -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$
E = $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$ F) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Ejercicio 12:

- a) $X_1 = -1$ y $X_2 = -7$ b) $X_1 = 7,5$ y $X_2 = -7,5$ c) No posee solución

Ejercicio 13:

- a) $(-1;5)$ b) $[-2; 12]$ c) $(-10;8)$ d) $[0; 1]$

Ejercicio 14: $[-2; 3]$

Ejercicio 15: $C_0 = \{2; -4\}$ $C_0 = \{1 + \sqrt{10}; 1 - \sqrt{10}\}$

Ejercicio 16: $(-\infty;-3) \cup (3;+\infty)$

Ejercicio 17:

- a. $(-7,-5)$
b. $[-8,0]$
c. $(-\infty,-1) \cup (1, + \infty)$
d. $(-\infty,-1/2) \cup [9/2, + \infty)$

Ejercicio 18:

- a. No tiene soluciones
- b. $(-\infty, -0'16] \cup [3'16, +\infty)$
- c. $[1'7, 5'3]$
- d. $(1, 8)$

Ejercicio 19:

- a. $(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$
- b. $(-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$
- c. $(-1/2, 5/3]$

Ejercicio 20:

- Solución: $[-10, +\infty)$ a)
- b) Solución: \emptyset
 - c) Solución: $(-\infty, 2)$

Ejercicio 21:

- a) \mathbb{R}
- b) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
- c) $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$
- d) $(23, 0)$

Ejercicio 22:

- a) $(-\infty, \frac{-\sqrt{13}-3}{2}) \cup (\frac{\sqrt{13}-3}{2}, +\infty)$
- b) $[\frac{-1}{2}, 2]$
- c) $(-\infty, \frac{-\sqrt{61}-1}{3}] \cup [\frac{\sqrt{61}-1}{3}, +\infty)$
- d) $(-\infty, \frac{-5}{3}) \cup (0, +\infty)$

Ejercicio 23:

- a) $[-1, 3] \cup [5, +\infty)$
- b) $(-\infty, 1)$
- c) $[-4, -1] \cup [1, 4]$
- d) $(-4, -1) \cup (2, +\infty)$
- e) $(-\infty, -4] \cup [-3, 1]$
- f) $(-\infty, -7) \cup (1, +\infty)$

Ejercicio 24:

- a) $(-\infty, -1)$
- b) $(-1, 1)$
- c) $(-\infty, -2) \cup [-1, 1] \cup [2, +\infty)$
- d) $\mathbb{R} - \{1\}$

Ejercicio 25:

a) $x > 1$

c) $-1 < x < 1$

b) $-2 \leq x < 1$

d) $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$

Ejercicio 26:

a) $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$

b) $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

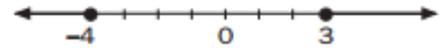
c) $[-4, +\infty)$

d) $(-\infty, 3)$

Ejercicio 27:

a) $x^2 + x - 12 \geq 0$, entonces $(x + 4)(x - 3) \geq 0$

Solución: $(-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$



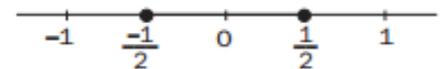
b) $-2x^2 + 3x > 0$, entonces $x(-2x + 3) > 0$

Solución: $\left(0, \frac{3}{2}\right)$



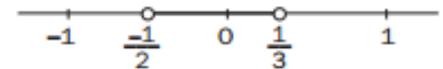
c) $4x^2 - 1 \leq 0$, entonces $x^2 \leq \frac{1}{4}$

Solución: $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$



d) $6x^2 + x - 1 < 0$, entonces $6\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) < 0$

Solución: $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$



e) $-2x^2 - 10x - 8 > 0$, entonces $-2(x + 4)(x + 1) > 0$

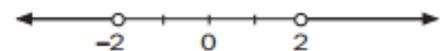
Solución: $(-4, -1)$



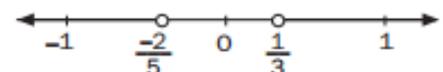
f) $2x^2 + x + 1 < 0$. Como $2x^2 + x + 1 = 0$, no tiene soluciones reales; entonces, solución: \emptyset .

g) $-x^2 < -4$, es decir, $x^2 > 4$.

Solución: $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$



h) Las soluciones son: $(-\infty, -\frac{2}{5}) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$.



Ejercicio 28:

- a) $(x - 2)^2 + 5 \leq 2x \Rightarrow x^2 - 6x + 9 \leq 0 \Rightarrow (x - 3)^2 \leq 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \{3\}$
 b) $6x - 12 < 4x - 2x^2 \Rightarrow (-3, 2)$
 c) $10x^2 + 2 \geq 3x^2 - 1 \Rightarrow \mathbb{R}$
 d) $x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} < 0 \Rightarrow \left(-\frac{1}{3}, 2\right)$
 e) $(x - 2)^2 + (x + 4)(x - 2) + 3x \geq -1 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 3 \geq 0 \Rightarrow \left(-\infty, -258\right] \cup [0,58, +\infty)$
 f) $\frac{x^2 - 2}{2} - \frac{3x - 1}{5} + x > 2 \Rightarrow 5x^2 + 4x - 28 > 0 \Rightarrow 5(x - 2)\left(x + \frac{14}{5}\right) > 0 \Rightarrow \left(-\infty, -\frac{14}{5}\right) \cup (2, +\infty)$

Ejercicio 29:

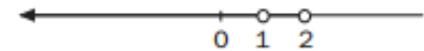
a) $x^3 - 4x > 0$, entonces $x(x - 2)(x + 2) > 0$

Solución: $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$



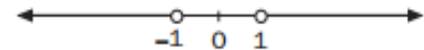
b) $x^3 - 3x - 2 < 0$, entonces $(x - 2)(x + 1)^2 < 0$

Solución: $(-\infty, 1) \cup (1, 2)$



c) $x^4 - 1 \geq 0$, entonces $(x^2 - 1)(x^3 + 1) \geq 0$

Solución: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$



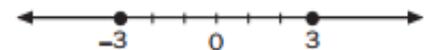
d) $x^3 - 7x + 6 < 0$, entonces $(x - 2)(x - 1)(x + 3) < 0$

Solución: $(-\infty, -3) \cup (1, 2]$



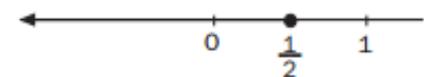
e) $x^4 - 5x^2 \geq 36$, entonces $(x^2 + 4)(x - 3)(x + 3) \geq 0$

Solución: $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$



f) $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} \leq 0$, entonces $\left(x - \frac{1}{2}\right)(x^2 + 1) \leq 0$

Solución: $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$



Ejercicio 30:

a) $2(x^4 - 4x^3 - x^2 + 6) > 0$. Solución: $(-\infty; 1,17) \cup (4,14; +\infty)$

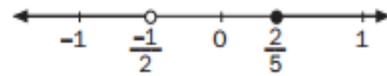
b) $x^5 - 8x^4 + 23x^3 + 28x - 12 > 0$. Solución: $(0,39; +\infty)$

c) $x(2x^4 + 5x - 6) > 0$. Solución: $\left(\frac{-\sqrt{73}-5}{4}, 0\right) \cup \left(\frac{\sqrt{73}-5}{4}, +\infty\right)$

Ejercicio 31:

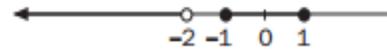
a) $\frac{5x - 2}{2x + 1} \geq 0$

Solución: $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right) \cup \left[\frac{2}{5}, +\infty\right)$



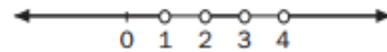
b) $\frac{x^2 - 1}{x + 2} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{x+2} \leq 0$

Solución: $(-\infty, -2) \cup [-1, 1]$



c) $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6} > 0 \Rightarrow \frac{(x-4)(x-1)}{(x-3)(x-2)} > 0$

Solución: $(-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (4, +\infty)$



d) $\frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 + 5x^2 + 3x - 9} < 0 \Rightarrow \frac{(x+3)(x-1)^2}{(x-1)(x+3)^2} < 0 \Rightarrow \frac{x+3}{x-1} < 0$

Solución: $(-3, 1)$



Ejercicio 32:

a) Solución: $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup [0, +\infty)$

b) Solución: $(-\infty, -3)$

c) Solución: $(-\infty, 2)$

d) Solución: $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$