

GUIA N° 3

Dominio e Imagen de una función, Intersecciones con los ejes y Conjunto de Positividad y de Negatividad

Parte Teórica

DOMINIO DE UNA FUNCIÓN

Como consideramos funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ es decir que los elementos x del dominio como los de y del codominio son números reales, es fácil, en general, en cada caso determinar cuál es el dominio.

El dominio de una función es el mayor conjunto donde está definida la función, vale decir donde se puede calcular la función

Ejemplo 1° Sea $f(x) = 2x+1$ el dominio es el conjunto de todos los reales, pues cualquier número real que se lo multiplique por 2 y se le sume 1, da por resultado otro número real. Al dominio se lo suele designar con la letra D , en este ejemplo $D = \mathbb{R}$

Ejemplo 2°: Sea $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$ Como no es posible dividir por cero, x no puede tomar ni el valor 1 ni el valor -1, pues en esos casos resulta el denominador 0; en consecuencia para esta función el dominio es el conjunto de todos los números reales excluidos el 1 y el -1. Es decir:
 $D = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$

Ejemplo 3°: Sea $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ Para que la raíz cuadrada tenga resultado en el conjunto de los números reales, el radicando debe ser positivo o nulo, es decir:

$$9 - x^2 \geq 0$$

$$-x^2 \geq -9$$

$$x^2 \leq 9$$

$$|x| \leq \sqrt{9}$$

En símbolos $D = [-3; 3]$

$$|x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

Para hallar el dominio de una función debo tener en cuenta 3 cosas:

- Si la función es $f(x) = \frac{g(x)}{m(x)}$, entonces debo hallar los valores en que $m(x) \neq 0$, así obtendré que en $x = a$ la función $m(x)$ es igual a cero. Por lo tanto el dominio es: $D = R - \{a\}$
- Si la función es $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ entonces debo encontrar los valores para los cuales el radicando es mayor o igual a cero, es decir $g(x) \geq 0$
- Si la función es $f(x) = \log g(x)$ entonces debo encontrar los valores para los cuales el argumento es mayor a cero, es decir $g(x) > 0$

INTERSECCIONES CON LOS EJES

Intersección con el eje x: Las intersecciones del gráfico con el eje x se producen para los valores de x que anulan la función, es decir para cuando $y = 0$. Hallar las intersecciones con el eje x de una función es lo mismo que encontrar sus raíces, también se lo conoce como conjunto de cero y se lo simboliza C^0 . Una función puede intersectar varias veces al eje x.

PASOS A SEGUIR PARA OBTENER EL O LOS PUNTOS DE INTERSECCIÓN DE UNA FUNCIÓN CON EL EJE DE LAS X

1º Se iguala la función a cero

2º Se despeja el valor de x

Intersección con el eje y: Las intersecciones del gráfico con el eje y se producen cuando la variable x se anula, es decir para cuando $x = 0$. Una función puede intersectar solamente una vez al eje y. En las funciones polinómicas el término independiente indica la intersección con el eje y.

CONJUNTO DE POSITIVIDAD Y NEGATIVIDAD

- El **conjunto de positividad** de una función es el conjunto de puntos en que el valor de la función es mayor que cero (o sea $f(x) > 0$).
- El **conjunto de negatividad** de una función es el conjunto de puntos en que el valor de la función es menor que cero (o sea $f(x) < 0$).