

GUIA Nº 2

Funciones

Para Repasar

Ejercicio 1: Dados los siguientes gráficos de funciones. Analizar:

- a) Dominio
- b) Imagen
- c) Intersecciones con los ejes
- d) Asíntota Horizontal
- e) Asíntotas verticales
- f) Conjunto de positividad y de negatividad
- g) Continuidad
- h) Puntos críticos
- i) Crecimiento y decrecimiento
- j) Máximos y mínimos
- k) Puntos de inflexión
- l) Concavidad y convexidad

Gráfico 1

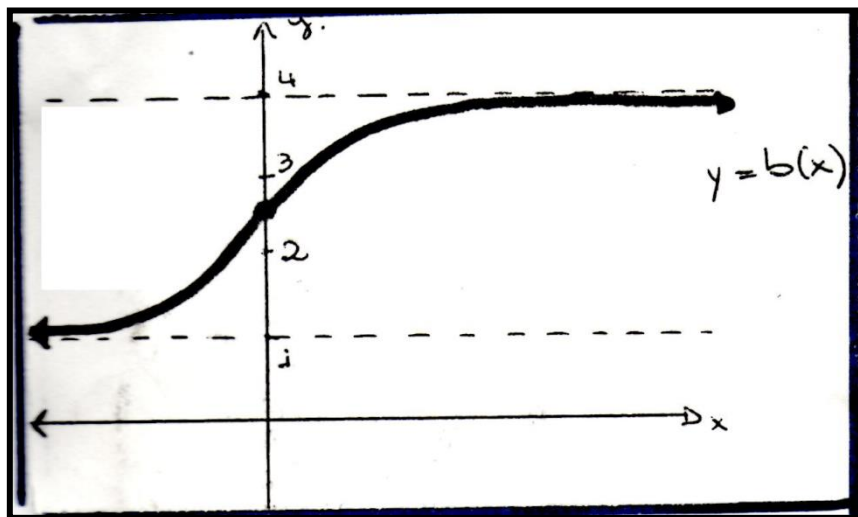


Gráfico 2

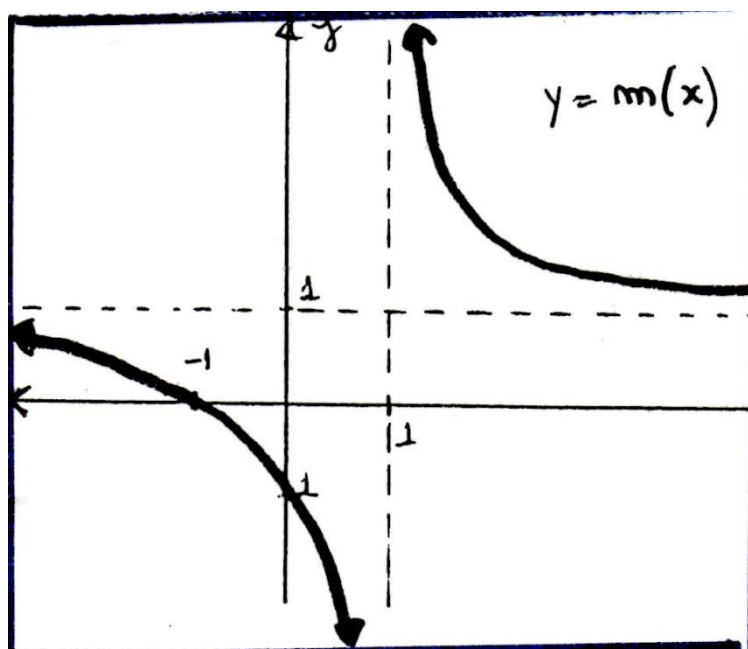
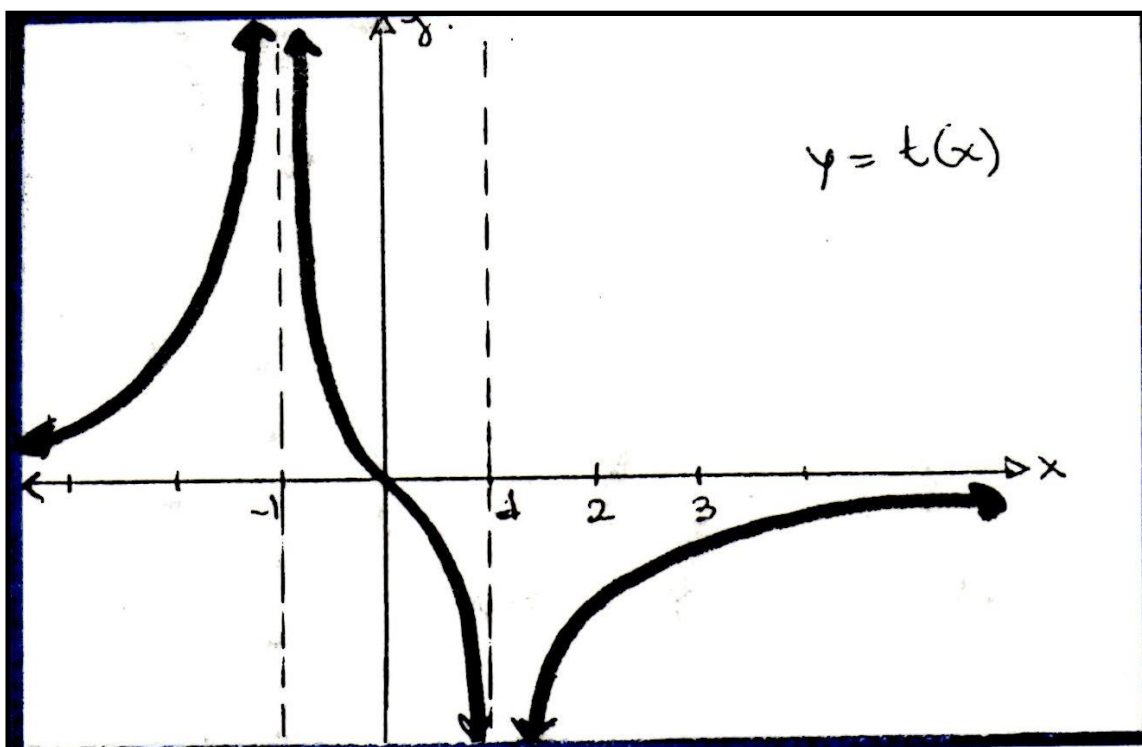


Gráfico 3



Ejercicio 3: De ciertas funciones conocemos algunos datos, a partir de ellos construye las gráficas

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \quad f(0) = -3, \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = 0, \quad f(-5) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

$$2) f(3) = 0, \quad f(0) = -3, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

$$3) f(0) \text{ mínimo relativo}, \quad f(1) \text{ máximo absoluto}; \quad f(2) \text{ mínimo absoluto}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0, \quad f(0) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4, \quad f(0) = \frac{3}{2}, \quad f(-2) = 0$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty, \quad f(0) = 0, \quad f(-2) = 0$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

$$8) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty, \quad f(3) = 0 \quad \text{y} \quad f(0) = -3 \quad \text{mínimo relativo:} \quad \left(-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$$9) \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$$

Máximo relativo

$$10) \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 8, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2, \quad f(3) = 6$$

$$\text{y } f(4) = 3$$

$$11) \text{ Decrece} = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; +\infty) , \quad \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} f(x) = 1 , \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad y$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5 \quad y \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \infty$$

$$13) \text{ Dm} = \mathbb{R} - \{-4, -3, 2\} , \quad \lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \infty , \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \infty , \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty \quad y$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

$$14) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 , \quad f(0) = 2 , \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = +\infty , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$$

RESPUESTAS

Ejercicio 1:

	Grafico 1:	Grafico 2	Grafico 3
Dominio (Dm)	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R} - \{1\}$	$\mathbb{R} - \{-1; 1\}$
Imagen (Img)	$(-1; 1)$	$\mathbb{R} - \{1\}$	$\mathbb{R}$
$\cap \text{ eje } x$	$\emptyset$	$(-1; 0)$	$(0; 0)$
$\cap \text{ eje } y$	$(0; 2, 5)$	$(0; -1)$	$(0; 0)$
Asíntota Horizontal	$\lim_{x \rightarrow +\infty} b(x) = 4$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} b(x) = 1$ Por lo tanto Hay AH en $y=4$ hacia la derecha y en $Y = 1$ hacia la izquierda	$\lim_{x \rightarrow +\infty} m(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} m(x) = 1$ Por lo tanto existe AH en $y=1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} m(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} m(x) = 0$ Existe AH en $y=0$ hacia los extremos
Asíntota Vertical	$\emptyset$	$\lim_{x \rightarrow 1} m(x) = \infty$ Existe AV. En $x=1$	$\lim_{x \rightarrow 1} m(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow -1} m(x) = \infty$ Existe AV. En $x=1$ y en $x = -1$
Continuidad	si	Si	No
Conjunto de positividad (C^+)	$\mathbb{R}$	$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$
Conjunto de negatividad (C^-)	$\emptyset$	$(-1; 1)$	$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
Punto Críticos	$\emptyset$	$\emptyset$	No posee

Crecimiento ($C\uparrow$)	$\mathbb{R}$	$\emptyset$	$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
Decrecimiento ($C\downarrow$)	$\emptyset$	$\mathbb{R} - \{1\}$	$(-1; 1)$
Máximos	$\nexists$	$\nexists$	No posee
Mínimos	$\nexists$	$\nexists$	No posee
Puntos de Inflexión	$(0; 2,5)$	$\nexists$	$(0; 0)$
Concavidad hacia arriba (C^u)	$(-\infty; 0)$	$(1; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (1; 0)$
Concavidad hacia abajo (C^n)	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 1)$	$(0; 1) \cup (1; +\infty)$